Questions de cours

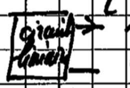
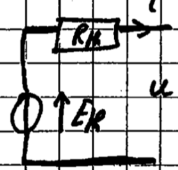
• expression canonique de l'oscillateur harmonique $\ddot{X} + \omega_0^2 X = 0$

pulsation propre du système

• $\lambda = cT$

célérité ($m.s^{-1}$) ; période (s) ; longueur d'onde (m)

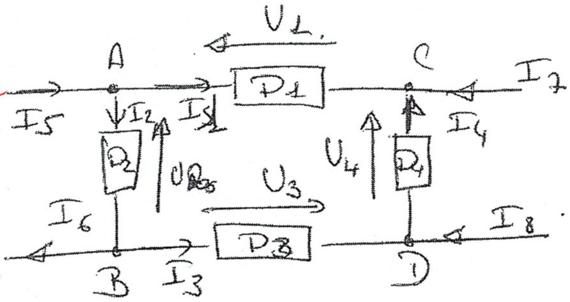
• Th de Thévenin

transformation de  en  $u = E_{th} - R_{th}\, i$

avec $E_{th} = u\big|_{i=0}$ et $R_{th} = -\frac{u}{i}\big|_{E_{th}=0}$

Généralités en électrocinétique

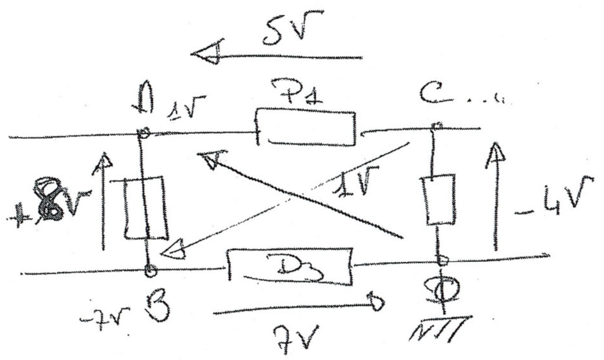
Ex 5



II.1 - Aucun. | Il faut changer −10V par +8V

II.2 - cf figure. - ⚠ coquilles : aux "bornes"

II.3. $U_1 = 5V$; $U_2 = +8V$ $U_3 = 7V$ $U_4 = -4V$



$V_D = 0V$ $V_B = -7V$ $V_C = -4V$ $V_A = 1V$

$V_B = 0V$ $V_D = 7V$ $V_C = 3V$ $V_A = 8V$.

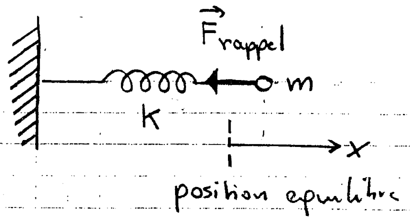
Dans tous les cas $U_{AD} = 1V \quad U_{BC} = -3V$.

II-4 : $I_5 = I_1 + I_2 = 3A$. $I_6 = I_2 - I_3 = 3A$.

$I_7 = -I_1 - I_4 = 1A$. $I_8 = I_4 - I_3 = -1A$.

II-5
$P_1 = 5 \times 1 = 5W > 0 \rightarrow$ récepteur (cv récepteur)
$P_2 = 8 \times 2 = 16 W > 0 \rightarrow$ récepteur (conv récepteur)
$P_3 = 7 \times (-1) = -7W < 0 \rightarrow$ récepteur (conv générateur)
$P_4 = -4 \times (-2) = 8W > 0 \Rightarrow$ générateur (conv générateur)

Oscillateur harmonique



$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$

$\underbrace{\vec{P} + \vec{R}}_{\vec{0}} + \vec{F}_{rappel} = m\vec{a}$ sans frottement

$\longrightarrow$ Pb à 1 dimension

$$m\vec{a} = \vec{F}_{rappel} \longrightarrow m \frac{d^2x(t)}{dt^2}\vec{e_x} = -k x \vec{e_x}$$

I.1 $\frac{d^2x(t)}{dt} + \frac{k}{m}x(t) = 0 \qquad \frac{d^2x(t)}{dt^2} + \omega_0^2 x(t) = 0 \qquad \boxed{\omega_0^2 = \frac{k}{m}}$

A.N. $m = 0{,}1\,kg \quad K = 10\,kg.s^{-2} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{10}{0{,}1}} = 10\ rad.s^{-1}$

I.2 ép. caractéristique $e^{rt} \rightarrow r^2 + \omega_0^2 = 0 \qquad r = \pm i\omega_0$

$x(t) = A\,e^{i\omega_0 t} + B\,e^{-i\omega_0 t}$ combinaison linéaire

I.3

$x_1(t) = A_1 \cos\omega_0 t + B_1 \sin\omega_0 t = \frac{A_1 - iB_1}{2} e^{i\omega_0 t} + \frac{A_1 + iB_1}{2} e^{-i\omega_0 t}$ même forme $x(t)$

$x_2(t) = A_2 \cos(\omega_0 t + \phi_2) = \underbrace{A_2 \cos\phi_2}_{cte} \cos\omega_0 t - \underbrace{A_2 \sin\phi_2}_{cte} \sin\omega_0 t$

même forme que $x_1(t) \rightarrow$ même forme que $x(t)$

$x_3(t) = A_3 \sin(\omega_0 t + \phi_3) = A_3 \sin\phi_3 \cos\omega_0 t + A_3 \cos\phi_3 \sin\omega_0 t$

même forme que $x_1(t) \rightarrow$ même forme que $x(t)$

Conditions initiales. $x(t=0) = x_0$ $\frac{dx}{dt}(t=0) = 0$

$x(t=0) = A + B = x_0$

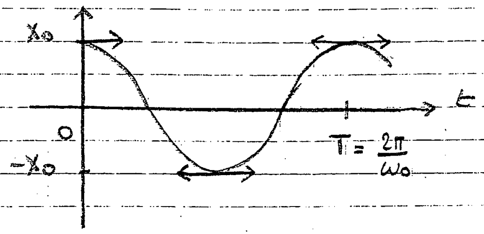
$\frac{dx}{dt}(t) = i\omega_0 \left(A e^{i\omega_0 t} - B e^{-i\omega_0 t}\right)$ $\frac{dx}{dt}(t=0) = i\omega_0 (A-B) = 0 \rightarrow A = B = \frac{x_0}{2}$

solution $x(t) = \frac{x_0}{2}\left(e^{i\omega_0 t} - e^{-i\omega_0 t}\right) = \boxed{x_0 \cos\omega_0 t}$

on peut montrer qu'on obtient le même résultat avec $x_1(t)$, $x_2(t)$ et $x_3(t)$

$x_1(t) \rightarrow A_1 = x_0$, $B_1 = 0$ $x_2(t) \rightarrow A_2 = x_0$, $\phi_2 = 0$

$x_3(t) \rightarrow A_3 = x_0$ $\phi_2 = \frac{\pi}{2}$



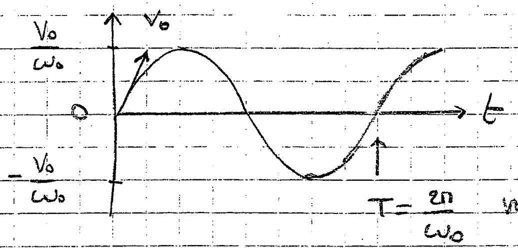
$\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega_0}}$

I.4 $x(t=0) = 0$ $\frac{dx}{dt}(t=0) = v_0$

$x(t=0) = A + B = 0$ $A = -B$

$\frac{dx}{dt}(t=0) = i\omega_0 (A - B) = V_0 \longrightarrow A = \frac{V_0}{2i\omega_0}$ $\boxed{x(t) = \frac{V_0}{\omega_0} \sin\omega_0 t}$

Remarque $x_1(t) \rightarrow A_1 = 0$ $B_1 = \frac{V_0}{\omega}$, $x_2(t) \rightarrow A_2 = \frac{V_0}{\omega_0}$ $\phi_2 = \frac{3\pi}{2}$, $x_3(t) \rightarrow A_3 = \frac{V_0}{\omega}$ $\phi_3 = 0$



$T = \frac{2\pi}{\omega_0}$ même période

I.5 $x(t=0) = 0$ $\frac{dx}{dt}(t=0) = 0$

$A + B = 0$ $i\omega_0 (A - B) = 0 \Longrightarrow A = B = 0$ $x(t) = 0$ pas de mvt

il faut étirer (x_0) ou communiquer une vitesse (V_0)

I.6 • pendule simple $\omega_0^2 = \frac{g}{\ell}$ $\ddot{\theta} + \frac{g}{\ell}\sin\theta = 0$

avec $\sin\theta \simeq \theta$

• 2 masses reliées par un ressort $\omega^2 = \frac{k}{\mu}$ μ masse réduite

• autres exemples TD, oscillateur harmonique 2D $\frac{1}{\mu} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}$

applications : électromagnétisme = mvt extrémité champ électrique d'une onde é.m. polarisée elliptiquement

mouvement de la trace de l'impact électronique sur l'écran d'oscillo quand les tensions sur les deux axes varient à la même fréquence

Décharge de condensateurs

1- $Q_1 = C_1U_1 = 10\ \mu C$

2- $Q_2 = C_2U_2 = 2{,}5\ \mu C$

3- Conservation de la charge : $Q_1 + Q_2 = Q'_1 + Q'_2$

$Q'_1 = C_1U$

$Q'_2 = C_2U$

d'où : $U = \frac{C_1U_1 + C_2U_2}{C_1 + C_2}$

A.N. $U = 8{,}33$ V